

授课教师	林麦麦	授课名称	数学的智慧与乐趣	授课班级		授课地点	
授课时数	2学时	课程类型	大学科综合课	授课时间			
章节名称	第五章 幻方谜题						
参考资料	《乐在其中的数学》 《啊哈！原来如此（中译本）》 《生活中的魔法数学》 《思考的乐趣：Matrix67 数学笔记》 《数学与对称》		谈祥柏 著 （美）伽德纳 著；李建臣，刘正新 译 （美）亚瑟·本杰明，迈克尔·谢尔默 著 李旭大 译 顾森 著 丘成桐，刘克峰，杨乐 著		科学出版社 科学出版社 中国传媒大学出版社 人民邮电出版社 高等教育出版社		
教学目标	<p>一、知识和技能目标：</p> <p>1. 要求学生能够通过学习了解古今中外的典型幻方问题；</p> <p>2. 要求学生能够通过具体问题的深入探讨，初步了解并掌握幻方问题.</p>						
	<p>二、过程和方法目标：</p> <p>1. 注意借助具体问题，引入数学的基本思想方法、基础幻方问题，广泛开阔学生的眼界；</p> <p>2. 通过具体的深入探讨，有效激发学生对幻方问题的浓厚兴趣.</p>						
教学重点	古今中外典型的幻方趣味问题						
教学难点	幻方问题的起源背景、一般解决思路与技巧性处理方法						

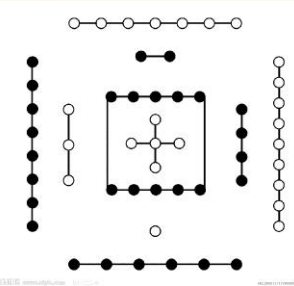
<p>学习内容分析</p>	<p>“第五章 幻方谜题”是《数学的智慧与乐趣》的基础内容，本章的主要内容将促使学生初步了解幻方趣味问题的基本起源、一般解决思路和具体的趣味性解决方案。对于首次接触本门课程的学生而言，利用直观、具体且易于理解的典型幻方问题，展示幻方的技巧性解决过程至关重要。这将帮助学生有效地激发对幻方的探索兴趣，良好地掌握幻方问题解决的基本思想。</p>
<p>学生分析</p>	<p>授课教师通过新课内容的引入介绍，帮助学生有效扭转以往认为数学“枯燥、无聊”，只有“计算、证明”，甚至是“题海、题库”的基本印象。关于古今中外各类幻方趣题的解决思路探讨、具体步骤实施、数学工具应用的详细介绍，将激发学生对幻方问题探讨的积极性，并良好地把握幻方的思想来源、定义内涵、解决途径及其有效应用。</p>
<p>教学设计思路</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 首先说明本章的主要内容，明确学习目标、学习重点和学习难点； 2. 依据简单直观的具体幻方问题，明确该问题的起源背景、基本特征，提出解决问题的一般思想方法、具体解决方案和实际操作步骤； 3. 参考不同类型问题的具体解决方法，探讨幻方问题的重要思想方法及其灵活应用策略； 4. 依照具体问题的归纳总结，提出幻方问题处理方法和思路的广泛灵活应用，并以严格的数学描述形式予以展示，通过注意事项的加强说明，使学生明确相应问题的表述形式、深刻含义、存在条件及其应用意义，从而使学生能够较为准确地把握典型的数学趣味问题。
<p>学习方法</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 通过具体问题的详细讨论过程，了解解决各种不同类型的幻方趣味问题的基本思想方法和具体操作步骤，注意引导学生对幻方问题的基本概念进行深入分析和全面掌握； 2. 对于具体问题的详细介绍，要求逐条展开，同时借助问题背景、性质特征、几何解释和理论说明加强学生对具体问题的有效掌握，并明确该问题的基本用途和使用价值。

教学过程		
教学环节安排	教学内容	教学方式媒体使用
新课引入		<ol style="list-style-type: none"> 1. 利用武侠小说《射雕英雄传》中的典型情节，引入幻方问题； 2. 介绍幻方在起源、中西方文化理解，及其基本形成过程、现有概况；

新课教学

河图

河图以十数合五方，五行，阴阳，天地之象。

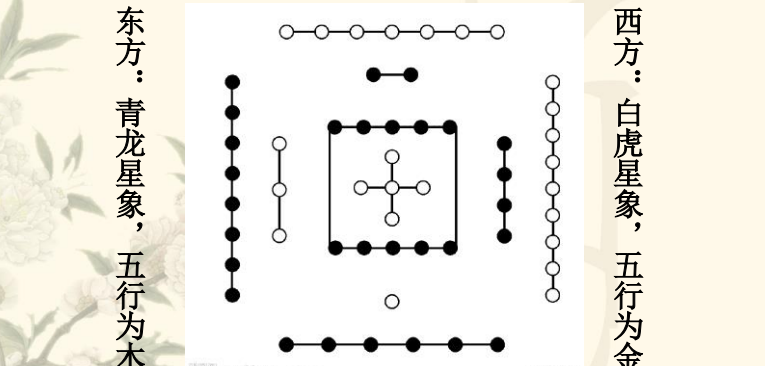


1. 以白圈为阳，为天，为奇数；黑点为阴，为地，为偶数。
2. 一六共宗居北方，二七为朋居南方，三八为友居东方，四九同道居西方，五十相守居中央。
3. 河图乃据五星出没时节而绘，五星古称五纬乃天上五颗行星，木曰岁星，火曰荧惑星，土曰镇星，金曰太白星，水曰辰星。
4. 古人用五行运行(以二十八宿舍为区划)纪日。五星一般按木火土金水的顺序出现于北极天空，每星各行72天，合周天360度。

河图释义

南方：朱雀星象，五行为火

西方：白虎星象，五行为金

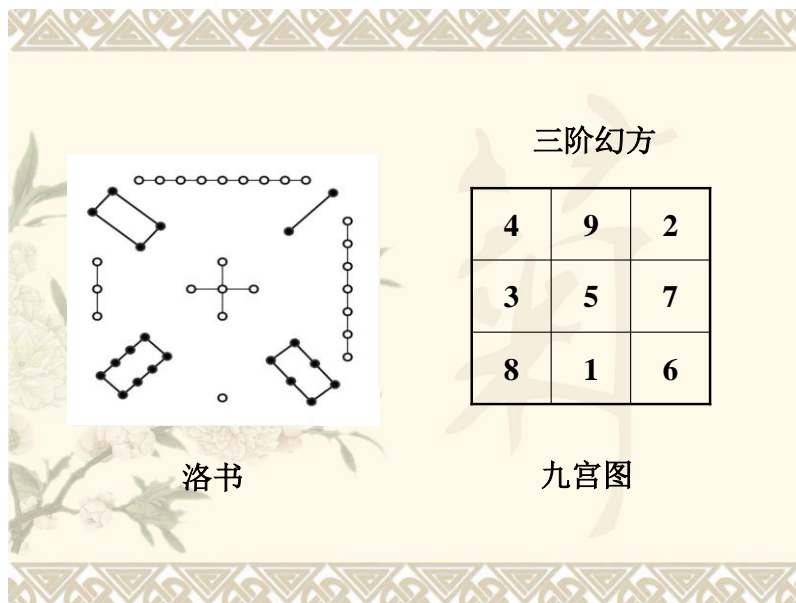


东方：青龙星象，五行为木

北方：玄武星象，五行为水

1. 介绍“河图”的历史背景、基础理解和简单理解；

1. 对河图进行简单解释；



1. 介绍“洛书”的出现背景、历史记载，以及由此总结得到的三阶幻方；



1. 介绍三阶幻方；

四阶回文数幻方

5665	1001	4664	2662
2442	4884	3443	3223
2332	4334	1331	5995
3553	3773	4554	2112

马步幻方

23	18	11	6	25	①	14	9	20	③
10	5	24	17	12	24	19	②	15	10
19	22	13	④	7	13	8	25	④	21
14	9	②	21	16	18	23	6	11	16
①	20	15	8	③	7	12	17	22	⑤

1. 介绍各种不同类型的典型幻方及其突出特点;

1. 介绍马步幻方的特点;

马步幻方

11	22	33	44	13	24	③
32	43	12	23	②	45	14
21	10	39	34	37	④	25
42	31	36	①	40	15	46
9	20	41	38	35	26	⑤
30	49	18	⑦	28	47	16
19	⑧	29	47	17	⑥	27

九阶幻方(九九图)

31	76	13	36	81	18	29	74	11
22	40	58	27	45	63	20	38	56
67	4	49	72	9	54	65	2	47
30	75	12	32	77	14	34	79	16
21	39	57	23	41	59	25	43	61
66	3	48	68	5	50	70	7	52
35	80	17	28	73	10	33	78	15
26	44	62	19	37	55	24	42	60
71	8	53	64	1	46	69	6	51

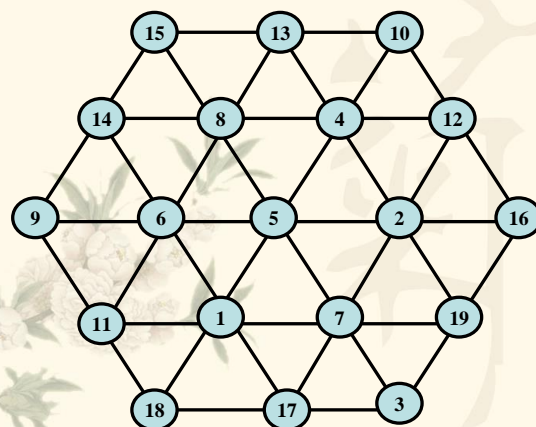
1. 介绍七阶马步幻方；

1. 介绍杨辉的“九九图”；

九阶幻方(方中含方)

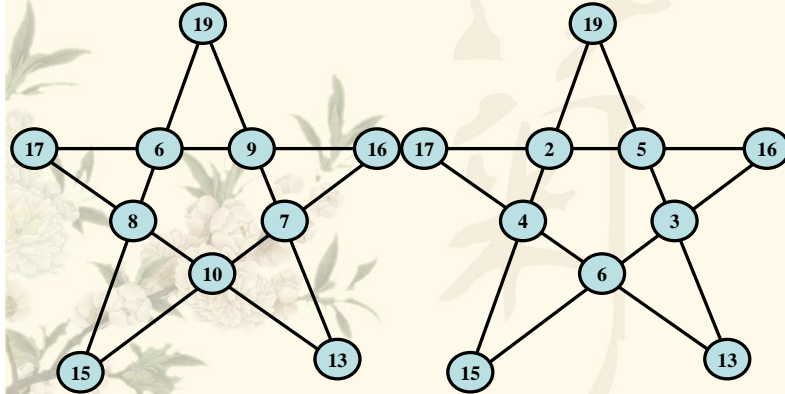
42	58	68	64	1	8	44	34	50
2	66	54	45	11	77	78	26	10
12	6	79	53	21	69	63	46	20
52	7	35	23	31	39	67	55	60
73	65	57	49	41	33	25	17	9
22	27	15	43	51	59	47	75	30
62	36	19	13	61	29	3	76	70
72	56	4	5	71	37	28	16	80
32	48	38	74	81	18	14	24	40

幻六边形



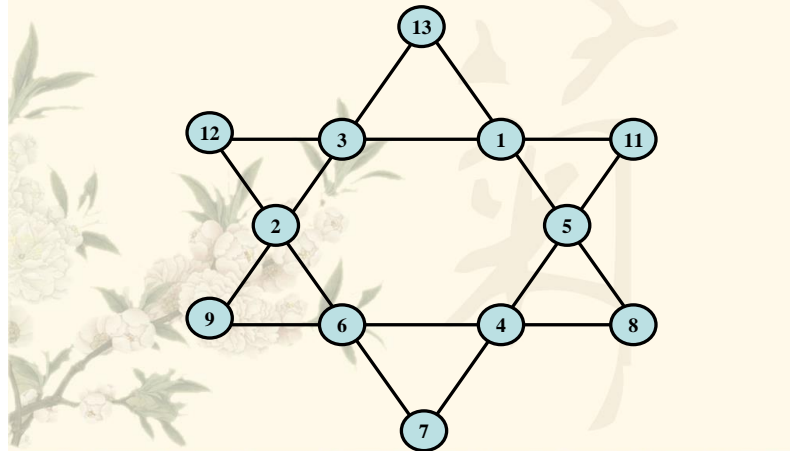
1. 介绍“幻六边形”;

幻五角星

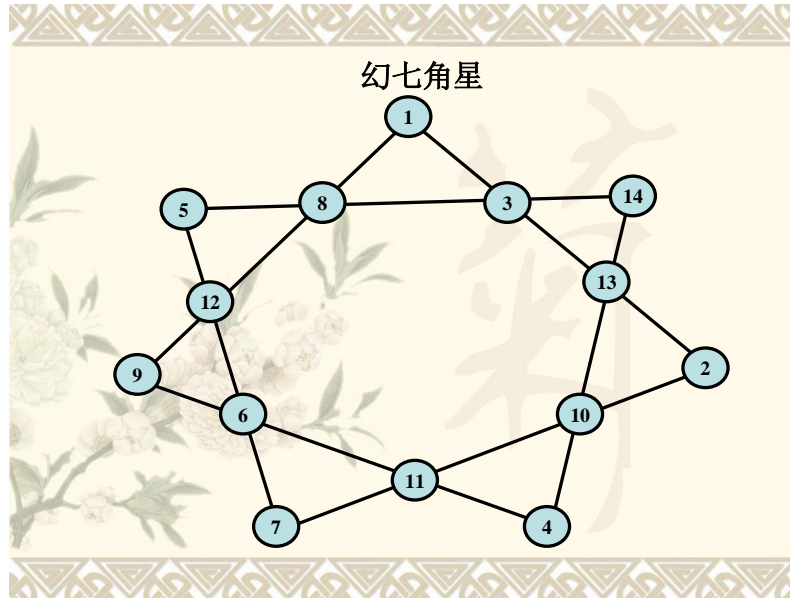


1. 介绍幻五角星;

幻六角星



1. 介绍幻六角星;



§ 5.1 反幻方

三阶反幻方要求将1到9填入 3×3 的正方形阵列中，使任一行、列、对角线上的三个数字之和均不相等。

1	2	3
8	9	4
7	6	5

螺旋反幻方之一

9	8	7
2	1	6
3	4	5

螺旋反幻方之二

1. 介绍幻七角星；

1. 介绍幻方的特色结论：反幻方；

2. 给出问题；

3. 请学生思考解决，并适当估计该问题的解决难度；

4. 给出最终结论；

四阶反幻方

6	8	9	7
3	12	5	11
10	1	14	13
16	15	4	2

§ 5.2 颠倒幻方

含有16格的正方形阵列，已填好10个二位数，还有6个二位数改用6个英文字母代替。要求在英文字母处填入6个合适的二位数，使每行、列、对角线的四数之和相等，而且将该阵列颠倒过来时，亦为幻方。

96	N	89	68
88	69	91	O
S	86	H	99
19	98	I	X

1. 请学生思考幻方阶数的增高对于解决幻方问题难度的重要意义；

1. 介绍颠倒幻方；

96	N	89	68
88	69	91	O
S	86	H	99
19	98	I	X

96	11	89	68
88	69	91	16
61	86	18	99
19	98	66	81

18	99	68	61
66	81	98	19
91	16	69	88
89	68	11	96

§ 5.3 偏心幻方

50	12	13	52	47	26	37	23
24	32	6	55	7	64	51	21
22	62	63	5	30	4	29	45
53	9	56	8	57	34	18	25
28	2	3	38	60	61	19	49
33	59	36	58	10	1	43	20
39	40	42	27	35	16	15	46
11	44	41	17	14	54	48	31

1. 介绍对称性的不同特点：中心对称、镜面对称；

1. 介绍偏心幻方；

§ 5.4 素数幻方

569	59	449
239	359	479
269	659	149
三阶素数幻方		

17	37	397	67
307	157	107	227
127	277	257	137
347	47	37	367
四阶素数幻方			

§ 5.5 六阶幻方之王

1	42	29	7	36	35
48	9	20	44	13	16
5	38	33	3	40	31
43	14	15	49	8	21
6	37	34	2	41	30
47	10	19	45	12	17

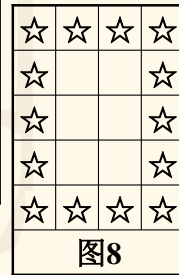
1. 介绍素数幻方;

1. 介绍六阶幻方之王的突出特征;

所有8个图有☆号的这些数目之和等于 $25 \times (\text{☆的个数})$



所有8个图有☆号的这些数目之和等于 $25 \times (\text{☆的个数})$



§ 5.6 七阶砍尾巴幻方

11	3851	9257	1747	6481	881	5399
6397	827	5501	71	3779	9221	1831
3881	9281	1759	6361	911	5417	17
839	5381	101	3797	9227	1861	6421
9311	1777	6367	941	5441	29	3761
5387	131	3821	9239	1741	6451	857
1801	6379	821	5471	47	3767	9341

砍尾巴之后的幻方

1	385	925	174	648	88	539
639	82	550	7	377	922	183
388	928	175	636	91	541	1
83	538	10	379	922	186	642
931	177	636	94	544	2	376
538	13	382	923	174	645	85
180	637	82	547	4	376	934

1. 介绍七阶砍尾巴幻方;

课堂小结	<ol style="list-style-type: none">1. 本章内容的具体授课过程中，应该注意通过幻方这种特殊的数学结构，积极激发学生的探索精神，并借助相关幻方研究过程中出现的著名人物和典型事迹来激励学生形成良好的数学品质；2. 借助目前幻方研究的计算机程序，来激励学生具备现代视野看待幻方这一古老问题；	
课后反思		